

## I. Emisja i absorpcja promieniowania.

Jednym z podstawowych praw elektrodynamiki klasycznej jest stwierdzenie, że zmianom ruchu naładowanych cząsteczek towarzyszy emisja lub absorpcja energii. Następstwem ruchów cieplnych naładowanych cząsteczek każdej materii jest więc zdolność do emisji i absorbowania promieniowania. Ze wzrostem temperatury ciała wzrasta intensywność ruchu jego elektronów i jąder w atomach a tym samym zwiększa się również promieniowanie wysyłane przez każdą materię. Większość znanych nam źródeł promieniowania emituje promieniowanie elektromagnetyczne.

Widmem promieniowania nazywa się ciąg promieniowania uporządkowany wg. długości fali, częstości lub energii fotonów. Każde ciało o  $T > 0K$  emituje ciągłe widmo promieniowania elektromagnetycznego o wszelkich długościach fal, lecz o różnych natężeniach.

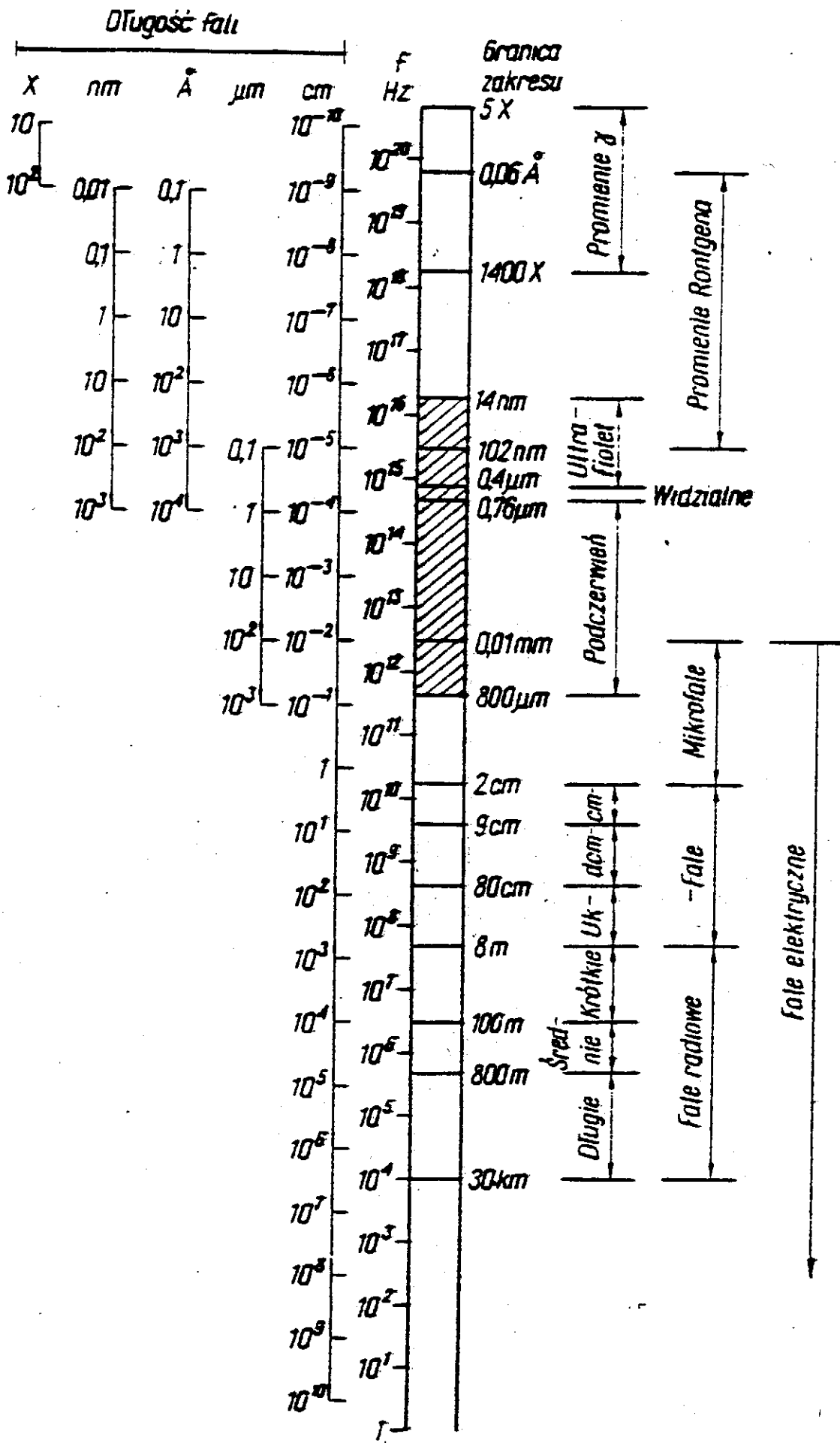
Widmo promieniowania elektromagnetycznego dzieli się na szereg zakresów, których granice określone są umownie i niezbyt dokładnie. W tym podziale niektóre zakresy częściowo się pokrywają. Np. fale submilimetrowe i daleka podczerwień czy też promieniowanie rentgenowskie, które pokrywa się częściowo z zakresem ultrafioletu z jednej strony i promieniowaniem  $\gamma$  z drugiej strony zakresu. Własności fizyczne promieniowania elektromagnetycznego o danej długości fali  $\lambda$  są takie same a więc o tym, do którego z zakresów zaliczy się promieniowanie w powyższych przypadkach decyduje sposób wytworzenia lub metoda detekcji danego promieniowania. Pod względem fizycznym promieniowanie widzialne i podczerwone są tego samego rodzaju. Zwykły obserwator podzieli je jednak na podstawie efektów fizjologicznych na promieniowanie świetlne, działające na organ wzrokowy oraz promieniowanie ciepłe, działające na organ czuciowy skóry ludzkiej.

Energię promienistą, źródła i odbiorniki promieniowania oraz oddziaływanie promieniowania z materią opisuje się szeregiem wielkości i współczynników. W zakresie podczerwieni stosuje się jednostki energetyczne. W zakresie widzialnym odpowiednio – jednostki fotometryczne. W tabeli I podano podstawowe jednostki energetyczne i fotometryczne. Te wielkości odnoszą się do promieniowania scałkowanego po całym widmie. Ich odpowiedniki widmowe, nazywane gęstościami widmowymi są zdefiniowane jako ilości strumienia, energii, luminancji etc., zawarte w jednostkowym przedziale częstości  $d\nu = 1\text{Hz}$  (lub długości fali  $d\lambda$ ) wokół częstości  $\nu$ . Np. całkowita zdolność emisyjna  $M$  i odpowiadająca jej gęstość widmowa  $M_\nu$  wiążą się ze sobą następująco:

$$M = \int_0^{\infty} M_\nu d\nu \quad (1)$$

## II. Prawo Lamberta.

Rozpatrzmy jednostkowy element powierzchni  $dA$  źródła promieniowania o gęstości widmowej luminancji  $L_\nu(\nu, \vartheta)$ . Wartość  $L_\nu$  zależy od kąta  $\vartheta$  między kierunkiem obserwacji a normalną  $\mathbf{n}$  do powierzchni źródła. Na rys.2. przedstawiono element powierzchni źródła  $dA$  i elementarny kat bryłowy  $d\Omega$ . Jak wynika z rys.2., powierzchnia



Rys. 1-1. Podział widma elektromagnetycznego [36]

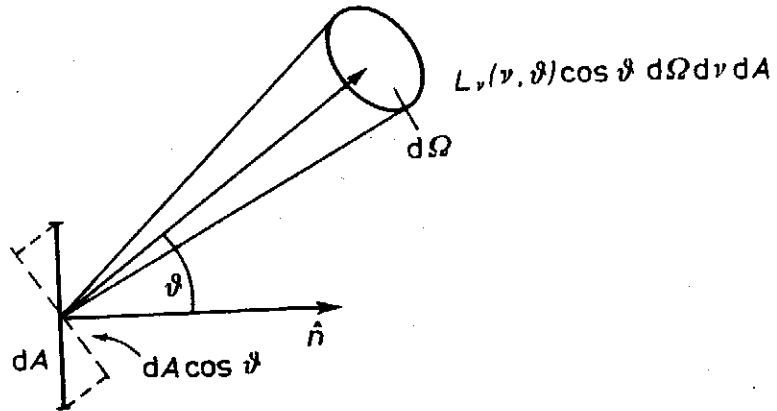
1. Energia promienista - emitowana lub padająca na powierzchnię	[J]	1. Ilość światła	[lm s]
2. Moc promienista (strumień) - energia promieniowana emitowana lub padająca na powierzchnię w jednostce czasu	[W]	2. Strumień świetlny	[lm]
3. Natężenie promieniowania źródła światła (światłość) - strumień promieniowania emitowany ze źródła do jednostkowego kąta bryłowego	[W/sr]	3. Światłość	[cd.] = [lm/sr]
4. Emitancja promieniowania (całkowita zdolność emisyjna) Strumień promieniowania emitowany przez jednostkę powierzchni źródła	[W/m <sup>2</sup> ]	4. Emitancja świetlna	[lm/m <sup>2</sup> ]
5. Luminancja promieniowania (jaskrawość) - strumień promieniowania emitowany przez jednostkę powierzchni źródła do jednostkowego kąta bryłowego	[W/m <sup>2</sup> sr]	5. Luminancja	[nt] = [cd/m <sup>2</sup> ]
6. Natężenie napromieniowania - strumień promieniowania padającego na jednostkę powierzchni	[W/m.]	6. Natężenie oświetlenia	[lm/m <sup>2</sup> ]
7. Gęstość energii promieniowania - energia promienista emitowana przez jednostkę objętości	[J/m <sup>3</sup> ]		

źródła widziana pod kątem  $\vartheta$  jest równa  $dA \cos \vartheta$ . Strumień promieniowania  $d\Phi$  emitowany przez to źródło do jednostkowego kąta bryłowego  $d\Omega$  wyraża się więc wzorem:

$$d\Phi = L_v(\vartheta, \nu) \cos \vartheta d\Omega d\nu dA \quad (2)$$

Po scałkowaniu tego równania po całej powierzchni źródła  $A$ , po wszystkich częstościach światła  $\nu$  oraz po pełnym kącie bryłowym  $\Omega$ , otrzymuje się następujący związek pomiędzy luminancją źródła o skończonych wymiarach a mocą promieniowania emitowanego przez to źródło:

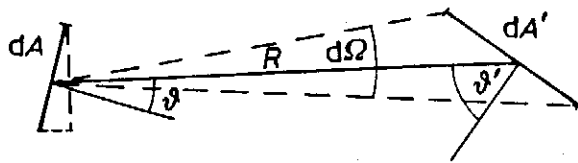
$$\Phi = \int_A \int_0^\infty \int_\Omega L_\nu(\vartheta, \nu) \cos \vartheta d\Omega d\nu dA \quad (3)$$



Rys.2. Element powierzchni  $dA$  źródła emitującego promieniowanie do kąta bryłowego  $d\Omega$ , skierowanego pod kątem  $\vartheta$  do normalnej  $n$  do powierzchni.

Rozważmy teraz element powierzchni detektora  $dA'$ , znajdujący się w odległości  $R$  od elementu powierzchni źródła  $dA$ , tak jak to przedstawiono na rys.3. Element  $dA'$  jest widziany ze źródła w kącie bryłowym  $d\Omega = \frac{dA' \cos \vartheta'}{R^2}$ . Zatem dla  $R^2 \gg dA$ ,  $dA'$  strumień promieniowania docierający do elementu  $dA'$  jest równy:

$$d\Phi = L(\vartheta) \cos \vartheta d\Omega dA = L(\vartheta) \cos \vartheta dA' \cos \vartheta' / R^2 \quad (4)$$



Rys.3. Luminancja źródła i natężenie napromieniowania detektora

Dla źródeł izotropowych, dla których luminancja nie zależy od kąta  $\vartheta$  strumień promieniowania emitowanego do jednostkowego kąta bryłowego jest proporcjonalny do cosinusa kąta pomiędzy kierunkiem obserwacji a normalną do powierzchni emitującej. Jest również proporcjonalny do cosinusa kąta między kierunkiem obserwacji a normalną do powierzchni detektora. I to jest treść prawa Lamberta. Korzystając z tego prawa można pokazać, że dla źródła lambertowskiego o powierzchni emitującej  $dA$ , strumień promieniowania padającego prostopadłe ( $\cos \vartheta = 1$ ) na detektor rozciągliwy, widoczny ze źródła pod kątem aperturowym  $u$  wyraża się wzorem:

$$\Phi = \pi L \sin^2 u dA \quad (5)$$

*Przykład 1.*

## Luminancja Słońca

Przy padaniu normalnym, bez odbicia i absorpcji w atmosferze, do  $1\text{m}^2$  powierzchni Ziemi dociera promieniowanie o natężeniu  $I_z = 1.35\text{kW/m}^2$ . (stała słoneczna). Ze względu na symetrię równania (4), możemy traktować  $dA'$  jako źródło a  $dA$  jako odbiornik. Słońce widać z Ziemi pod kątem  $2u = 32'$ , co daje  $\sin u = 4.710^{-3}$ . Wstawiając tę wartość do wzoru (5), otrzymujemy luminancję powierzchni Słońca równą  $L_s = 2 \cdot 10^4 \text{kW}/(\text{m}^2\text{sr})$ . Całkowitą moc promieniowania Słońca można obliczyć ze wzoru:

$$\Phi = 4 \pi r^2 I_z = 4 \cdot 10^{26} \text{W}$$

gdzie  $r = 1.5 \cdot 10^{11} \text{m}$ . jest odległością Ziemia – Słońce.

*Przykład 2.*

## Luminancja lasera He-Ne.

Założmy, że moc wyjściowa  $1\text{mW}$  jest emitowana przez powierzchnię  $1 \text{mm}^2$  powierzchni zwierciadła w kącie płaskim  $4'$ , co odpowiada kątowi bryłowemu  $10^{-6} \text{sr}$ . Maksymalna luminancja w kierunku rozchodzenia się wiązki laserowej jest więc równa  $L = 10^3 / (10^{-6} \cdot 10^{-6}) \text{W}/(\text{m}^2\text{sr}) = 10^9 \text{W}/(\text{m}^2\text{sr})$ . A więc :

$$L/L_s \cong 50.$$

Porównanie luminancji widmowych jest jeszcze bardziej wymowne. Promieniowanie lasera jest skupione w szerokości widmowej ok.  $1\text{MHz}$ , więc

$$L_v = 10^9 / 10^6 = 10^3 \text{W}/(\text{m}^2\text{srHz})$$

Promieniowanie Słońca jest skupione w szerokości  $10^{15} \text{Hz}$ , co daje:

$$L_{v\odot} = 2 \cdot 10^7 / 10^{15} = 2 \cdot 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2\text{srHz})$$

*Przykład 3.*

Oko reaguje na luminancję  $10^{-4} \text{W}/(\text{m}^2\text{sr}) = 1 \text{nt}$ .  
 Ból oka i możliwość jego uszkodzenia – przy  $10^6 \text{W}/(\text{m}^2\text{sr})$ .  
 Niebo w noc bezksiężycową :  $10^{-4} \text{W}/(\text{m}^2\text{sr})$ .  
 Kartka papieru przy oświetleniu ok.  $30 \text{lx} = 10 \text{W}/(\text{m}^2\text{sr})$ .  
 Włókno żarówki –  $10^6 \text{W}/(\text{m}^2\text{sr})$ .  
 Tarcza słoneczna –  $10^9 \text{W}/(\text{m}^2\text{sr})$ .

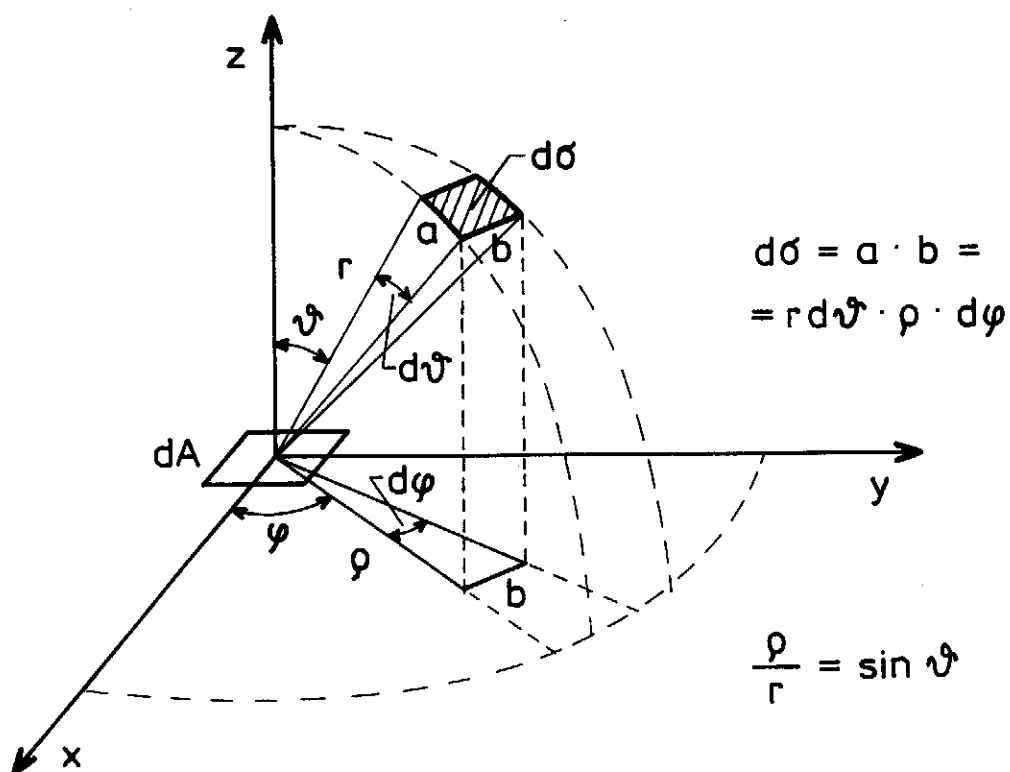
Między emitancją  $M$  źródła spełniającego prawo Lamberta a jego luminancją  $L$ , zachodzi relacja:

$$M = \pi L \quad (6)$$

Wyprowadzimy tę zależność. Dla źródła izotropowego, luminancja nie zależy od kąta  $\vartheta$ . Wówczas całkowity strumień promieniowania emitowany przez to źródło wyraża się wzorem:

$$\Phi = L \int_{\Omega} \cos \vartheta d\Omega dA \quad (7)$$

Na rys.4. przedstawiono izotropowe źródło o powierzchni  $dA$ .



$$0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}$$

Rys.4. Źródło o powierzchni  $dA$  emituje promieniowanie w półsfere.

Elementarny kąt bryłowy do którego promieniowanie jest emitowane można wyrazić za pomocą wzoru:

$$d\Omega = d\sigma / r^2 \quad (8)$$

gdzie  $d\sigma$  jest elementem powierzchni odległym od źródła o  $r$ . Źródło to emituje strumień promieniowania w półsfere, wygodnie jest więc przejść do współrzędnych sferycznych aby policzyć całkę występującą we wzorze (7). Jak wynika z rys.4. :

$$d\sigma = a \cdot b = r d\vartheta \cdot \rho \cdot d\varphi = r^2 d\vartheta \sin \vartheta d\varphi \quad (9)$$

ponieważ  $\rho / r = \sin \vartheta$ . Zatem podstawiając (9) do (8) mamy:

$$d\Omega = r^2 d\vartheta \sin \vartheta d\varphi / r^2 = d\vartheta \sin \vartheta d\varphi \quad (10)$$

Dalej, podstawiając (10) do równania (7) otrzymujemy:

$$\Phi = L \int_{\vartheta} \int_{\varphi} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi dA = L \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sin 2\vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi dA = -dA \frac{L}{2} \left( \frac{\cos 2\vartheta}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} 2\pi =$$

$$= -dA \frac{L}{2} \left( -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) 2\pi = dA \pi L$$

Ponieważ emitancja  $M = \Phi / dA$  to z powyższego równania otrzymujemy równanie (6).

#### Przykład 4

Strumień promieniowania pochodzący z ciała doskonale czarnego, padający na detektor o powierzchni  $dA$ .

Wyobraźmy sobie model CDC ( patrz wykład 2 ). Niech otwór wyjściowy emitujący promieniowanie ma kształt koła o promieniu  $r$ . Niech odległość między CDC a detektorem ustawionym względem niego tak, że powierzchnie detektora i CDC są równoległe (  $\cos \vartheta = \cos \vartheta' = 1$  ) wynosi  $d$ . Jeśli założymy, że źródło ma luminancję  $L$  a detektor jest widziany ze źródła pod kątem aperturowym  $u$ , to zgodnie ze wzorem (5) strumień promieniowania docierającego do detektora wyraża się wzorem:

$$\Phi = \pi L \sin^2 u dA = L dA \pi r^2 / d^2 = L dA dA_x / d^2 \quad (i)$$

Biorąc dalej pod uwagę, że  $L = M / \pi$  otrzymujemy:

$$\Phi = \frac{M d A d A_x}{\pi d^2} \quad (ii)$$

Emitancja CDC o temperaturze  $T$ , przy założeniu, że temperatura otoczenia jest równa  $T_0$ , zgodnie z prawem Stefana – Boltzmannna jest równa:

$$M = \sigma (T^4 - T_0^4) \quad \text{gdzie} \quad \sigma = 5.7 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4) \quad (iii)$$

Podstawiając tę zależność do wzoru (ii) otrzymujemy ostatecznie wzór użyteczny przy kalibracji detektorów przy pomocy CDC:

$$\Phi = \frac{\sigma (T^4 - T_0^4) d A d A_x}{\pi d^2} \quad (iii)$$