

### Wykład 3.

#### I. Promieniowanie cieplne ciał rzeczywistych.

Ciała rzeczywiste mają zdolność absorpcyjną mniejszą od jedności:  $a_{\lambda}(\lambda, T) < 1$ . Ponieważ dla ciała doskonale czarnego  $a_{c\lambda}(\lambda, T) = 1$  to jak wynika z prawa Kirchhoffa poszukiwana funkcja  $f(\lambda, T)$  opisująca promieniowanie cieplne ciał rzeczywistych jest równa zdolności emisyjnej CDC:

$$f(\lambda, T) = \frac{e_{\lambda}(\lambda, T)}{a_{\lambda}(\lambda, T)} = \frac{e_{c\lambda}(\lambda, T)}{a_{c\lambda}(\lambda, T)} = e_{c\lambda}(\lambda, T) \quad (1)$$

Z powyższego równania wynika, że zdolność emisyjna ciał rzeczywistych jest zawsze mniejsza od zdolności emisyjnej CDC.

W celu porównania zdolności emisyjnej ciała rzeczywistego ze zdolnością emisyjną CDC wprowadza się tzw. współczynnik emisyjności, który jest stosunkiem obydwu tych wielkości:

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{e_{\lambda}(\lambda, T)}{e_{c\lambda}(\lambda, T)} \quad (2)$$

lub całkowity współczynnik emisyjności

$$\varepsilon = \frac{M_r(T)}{M_{r\lambda}(T)} \quad (3)$$

Jak wynika ze wzoru (1) współczynnik emisyjności jest równy zdolności absorpcyjnej ciała rzeczywistego:

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = a_{\lambda}(\lambda, T) \quad (4)$$

Ciała dla których współczynnik emisyjności nie zależy od długości fali nazywamy ciałami szarymi. Natomiast o ciałach, które mają wyraźne maksimum współczynnika emisyjności mówimy, że promieniają selektywnie.

Prawa promieniowania ciał rzeczywistych można otrzymać w oparciu o prawa promieniowania CDC, mnożąc zdolność emisyjną CDC przez współczynnik emisyjności. Główna różnica między promieniowaniem ciał rzeczywistych a promieniowaniem CDC polega na tym, że wszystkie ciała rzeczywiste odbijają część strumienia promieniowania które na nie pada, czyli mają różny od zera współczynnik odbicia.

Rozważmy strumień promieniowania  $\Phi$  padający na ciało rzeczywiste. Część tego strumienia  $\Phi_{\rho}$  odbija się od powierzchni ciała. Część  $\Phi_{\alpha}$  ulega pochłonięciu i część  $\Phi_{\tau}$  przechodzi przez ciało. Zgodnie z zasadą zachowania energii:

$$\Phi = \Phi_{\rho} + \Phi_{\alpha} + \Phi_{\tau} \quad (5)$$

Po podzieleniu obydwu stron równania (5) przez  $\Phi$  otrzymuje się:

$$\rho + \alpha + \tau = 1 \quad (6)$$

gdzie:

$\rho = \Phi_{\rho} / \Phi$  jest współczynnikiem odbicia, czyli jest to część strumienia padającego odbita przez powierzchnię;

$\alpha = \Phi_{\alpha} / \Phi$  jest współczynnikiem pochłaniania – jest to część strumienia padającego pochłonięta przez ośrodek;

$\tau = \Phi_{\tau} / \Phi$  jest współczynnikiem transmisji – jest to część promieniowania przechodzącego przez ośrodek.

Wszystkie te współczynniki jak i zdefiniowany wcześniej współczynnik emisyjności  $\varepsilon$  opisują oddziaływanie promieniowania elektromagnetycznego z materią. Z definicji są one bezwymiarowe. Jeśli określone są przy pomocy całkowitej mocy promieniowania  $\Phi$  to nazywają się całkowitymi a jeśli przy pomocy widmowej mocy promieniowania  $\Phi_{\lambda}$  to zyskują przydomek widmowych.

Jak wynika ze wzoru (5) część promieniowania padającego na ciało rzeczywiste ulega zawsze odbiciu. Zmniejszony o tę część strumień promieniowania wnika do wnętrza ciała i może być pochłonięty. Współczynnik pochłaniania  $\alpha$  jest jednak odniesiony do strumienia padającego, zatem dla ciał rzeczywistych zawsze musi on być mniejszy od jedności, nawet gdy całe promieniowanie wnikające do ciała jest przez nie pochłaniane. Dla ciał nieprzezroczystych ( np. metale dla światła widzialnego) współczynnik transmisji  $\tau = 0$  i wówczas ze wzoru (6) otrzymujemy:

$$\rho + \alpha = 1 \quad \text{a} \quad \text{stad} \quad \alpha = 1 - \rho \quad (7)$$

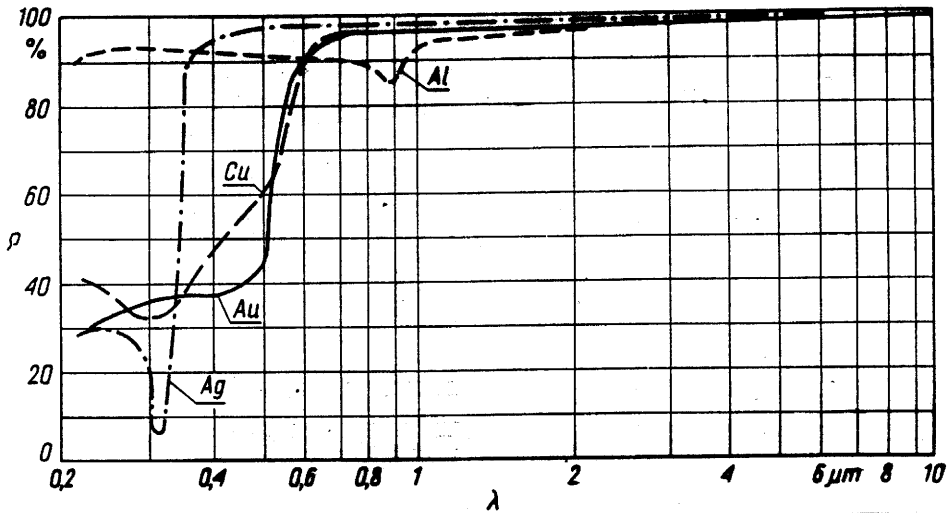
Ponieważ  $\alpha = \varepsilon$  ( patrz wzór (4) ) to ostatecznie mamy:

$$\varepsilon = \alpha = 1 - \rho \quad (8)$$

A więc im ciało ma większy współczynnik odbicia tym gorszym jest emitерem.  
W tabeli II przedstawiono emisyjności całkowite dla różnych materiałów.

Material	t [°C]	$\varepsilon$
Miedź elektrolityczna polerowana	80 ÷ 115	0,018 ÷ 0,023
Srebro polerowane	225 ÷ 652	0,0198 ÷ 0,0324
Aluminium polerowane	225 ÷ 575	0,039 ÷ 0,057
Nikiel polerowany	225 ÷ 375	0,07 ÷ 0,087
Chrom	100 ÷ 1 000	0,08 ÷ 0,26
Żelazo polerowane	425 ÷ 1 020	0,144 ÷ 0,377
Żelazo utlenione	100	0,736
Tlenek żelaza	500 ÷ 1 200	0,85 ÷ 0,95
Szkło gładkie	22	0,937
Woda	0 ÷ 100	0,95 ÷ 0,963
Sadza ze szkłem wodnym	100 ÷ 185	0,959 ÷ 0,947
Lakier czarny matowy	40 ÷ 95	0,96 ÷ 0,98

Na rys.1. przedstawiono współczynnik odbicia dla kilku cienkich warstw metalicznych.



## II. Oddziaływanie promieniowania z materią

### a) Współczynnik załamania

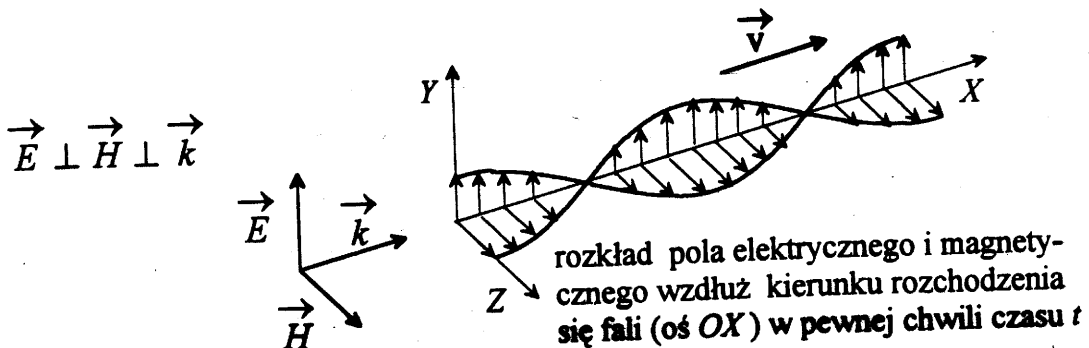
W fali elektromagnetycznej drganiom podlegają wektory natężenia pola elektrycznego  $E$  i pola magnetycznego  $H$ . Jak wykazują m.in. doświadczenia fizjologiczne, fotochemiczne i fotoelektryczne, działanie światła wywołane jest drganiami wektora elektrycznego. W związku z tym będziemy dalej mówić o wektorze świetlnym, rozumiejąc przez to pojęcie wektor natężenia pola elektrycznego  $E$ . Wektor gęstości strumienia energii fali zdefiniowany wzorem  $j = \rho v$  dla fali elektromagnetycznej jest równy:

$$S = E \times H \quad (9)$$

Pole elektryczne i magnetyczne płaskiej fali elektromagnetycznej monochromatycznej rozchodzącej się w kierunku osi  $x$  (patrz rys.2.) reprezentują równania:

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \delta) \quad H = H_0 \cos(\omega t - kx + \delta) \quad (10)$$

gdzie  $\omega = 2\pi\nu$  jest częstotliwością fali;  $k = 2\pi/\lambda$  - liczbą falową a  $\delta$  - fazą początkową.



Rys.2. Płaska fala elektromagnetyczna monochromatyczna rozchodząca się w kierunku osi  $x$

Wartość  $S$  jest zatem wyrażona wzorem:

$$S = EH = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kx + \delta) \quad (11)$$

Moduły  $E_0$  i  $H_0$  są ze sobą związane następująco:

$$E_0 \sqrt{\epsilon \epsilon_0} = H_0 \sqrt{\mu \mu_0} \quad (12)$$

gdzie  $\epsilon$  jest względną przenikalnością dielektryczną ośrodka w którym rozchodzi się fala,  $\epsilon_0$  - przenikalnością dielektryczną próżni,  $\mu$  - względną przenikalnością magnetyczną ośrodka a  $\mu_0$  - przenikalnością magnetyczną próżni. Podstawiając (12) do (11) otrzymujemy:

$$S = E_0^2 \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} \cos^2(\omega t - kx + \delta) = E_0^2 n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos^2(\omega t - kx + \delta) \quad (13)$$

gdzie  $n = \sqrt{\epsilon \mu}$  jest współczynnikiem załamania ośrodka. W równaniu (13) skorzystano z przybliżenia że dla większości ośrodków poza ferromagnetykami  $\mu \cong 1$  i  $n \cong \sqrt{\epsilon}$

Natężenie światła jest równe uśrednionej po czasie równym okresowi fali wartości wektora  $S$ . Wartość średnia z  $\cos^2(\omega t - kx + \delta)$  jest równa  $1/2$ , otrzymujemy zatem:

$$I = \langle S \rangle = n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \quad (14)$$

Tak więc natężenie światła jest proporcjonalne do współczynnika załamania światła i do kwadratu amplitudy wektora elektrycznego.

Jak wynika z równań Maxwella prędkość fali elektromagnetycznej w ośrodku o współczynniku załamania  $n$  wyraża się wzorem:

$$v = c/n \quad (15)$$

Wartość  $n$  charakteryzuje gęstość optyczną ośrodka.

b) Dyspersja światła.

Zjawisko dyspersji światła polega na zależności współczynnika załamania od długości fali. Występuje ono np. w szklanym pryzmacie. Dzięki temu zjawisku pryzmat rozszczepia światło białe na fale o różnej długości.

Aby wyjaśnić zjawisko dyspersji należy rozpatrzyć jak zachowują się elektrony w atomach oświetlanego szkła. Wektor elektryczny fali elektromagnetycznej porusza elektrony tam i z powrotem, ponieważ działa na nie siłą  $F = -eE$ . Poruszające się elektrony stają się źródłami promieniowania. W efekcie pole elektryczne wytwarzane przez te drgające elektrony, w obszarze za płytką szklaną jest zależne od współczynnika załamania szkła i natężenia światła padającego na płytkę. Korzystając z elektrodynamiki klasycznej można policzyć czemu równe jest to pole i wyznaczyć współczynnik załamania. Wartość współczynnika załamania wyraża się wówczas następującym wzorem:

$$n = 1 + \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (16)$$

gdzie  $\omega_0$  jest częstością drgań własnych atomów wokół położenia równowagi,  $N$  – liczbą ładunków w jednostce objętości a  $m$  – masą elektronu.

Jak wynika ze wzoru (16) wartość współczynnika załamania zależy od częstości fali światła padającego na szklaną płytkę. Zależność  $n(\omega)$  wyrażona wzorem (16) nazywa się zależnością dyspersyjną.

Przedyskutujmy tę zależność. Dla większości gazów  $\omega_0$  odpowiada światłu w nadfiolecie. Częstości te są wyższe od częstości światła widzialnego  $\omega$  i można zaniedbać  $\omega^2$  w równaniu (16). Wówczas wartość  $n \cong \text{const}$ . Jest to słuszne dla innych substancji przezroczystych, np. dla szkła. Jednakże ze wzrostem częstości  $\omega$ ,  $n$  nieznacznie rośnie bo maleje  $(\omega_0^2 - \omega^2)$  w mianowniku ułamka we wzorze (16). Dlatego współczynnik załamania jest większy dla światła niebieskiego niż dla czerwonego. Jeśli natomiast  $\omega$  jest bliskie  $\omega_0$ ,  $n$  może mieć ogromną wartość, bo  $(\omega_0^2 - \omega^2)$  dąży do zera. Załóżmy dalej, że  $\omega > \omega_0$  np. szkło oświetlamy promieniowaniem rentgenowskim. Wówczas  $\omega_0^2$  można zaniedbać w równaniu (16) ale  $n < 1$ . Co to oznacza? Że prędkość światła jest w tym ośrodku większa od  $c$  - prędkości światła w próżni. Należy pamiętać jednak, że to chodzi o prędkość fazową światła. Współczynnik załamania określa więc prędkość z jaką rozchodzi się stała faza fali. Jeden z postulatów szczególnej teorii względności Einsteina,  $c = \text{const}$ , dotyczy stałości prędkości grupowej światła, czyli prędkości z jaką przemieszcza się grupa (paczka) fal. W tym wypadku należałoby określić współczynnik załamania przy wielu częstościach. Żeby to policzyć, załóżmy, że dla  $\omega > \omega_0$  wzór (16) można przybliżyć następującym wzorem:

$$n = 1 - \frac{a}{\omega^2} \quad \text{gdzie } a = \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m} = \text{const} \quad (17)$$

Ponieważ prędkość fazowa wyraża się przez częstość i liczbę falową wzorem:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} \quad (18)$$

to (17) ma postać:

$$n = \frac{ck}{\omega} = 1 - \frac{a}{\omega^2} \quad \text{a stąd} \quad k = \frac{\omega}{c} - \frac{a}{c\omega} \quad (19)$$

Obliczmy teraz różniczkę  $dk$  ze wzoru (19) oraz prędkość grupową  $u = d\omega/dk$ :

$$dk = \frac{d\omega}{c} + \frac{a d\omega}{c\omega^2} ; \quad u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c\omega^2}{\omega^2 + a} = \frac{c}{1 + \frac{a}{\omega^2}} < c \quad (20)$$

A więc po uwzględnieniu współczynnika załamania dla różnych częstości uzyskuje się zgodność z postulatami Einsteina. Prędkość przesyłania informacji, czyli prędkość grupowa jest mniejsza od prędkości światła  $c$ .

Wróćmy teraz jeszcze do równania dyspersyjnego (16). Dla lepszej zgodności z rzeczywistością, w równaniu tym należy uwzględnić fakt, że zawsze istnieje tłumienie

$\exp[-\omega(\frac{xk}{c})]$  opisuje spadek wartości pola związany z przejściem fali przez ośrodek o grubości  $x$ . Tak więc urojona część współczynnika załamania  $k$  opisuje pochłanianie fali w ośrodku. Urojona część współczynnika załamania  $k$  jest związana ze współczynnikiem  $\gamma$  występującym we wzorze (21). Można pokazać, że:

$$k = \frac{2\pi\gamma}{n'\omega} \quad (24)$$

Okazuje się, że tłumienie jest związane z przewodnictwem ośrodka. Tłumienie fali elektromagnetycznej oznacza, że część jej energii jest tracona w ośrodku na ciepło Joule'a, które z kolei jest proporcjonalne do przewodnictwa. Dla izolatorów  $\gamma \cong 0$  i współczynnik załamania można opisać wzorem (16). Jeśli jednak  $\gamma$  nie jest równe zero, wówczas dla częstości światła równej częstości rezonansowej człon z  $\gamma$  dominuje w równaniu (21) i pochłanianie światła jest dominujące. Np. przy przejściu światła słonecznego przez atmosferę w widmie promieniowania pojawiają się linie absorpcyjne.

Jak już wcześniej było wspomniane, natężenie światła jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy wektora elektrycznego. Natężenie światła przechodzącego przez ośrodek o grubości  $x$  jest więc równe:

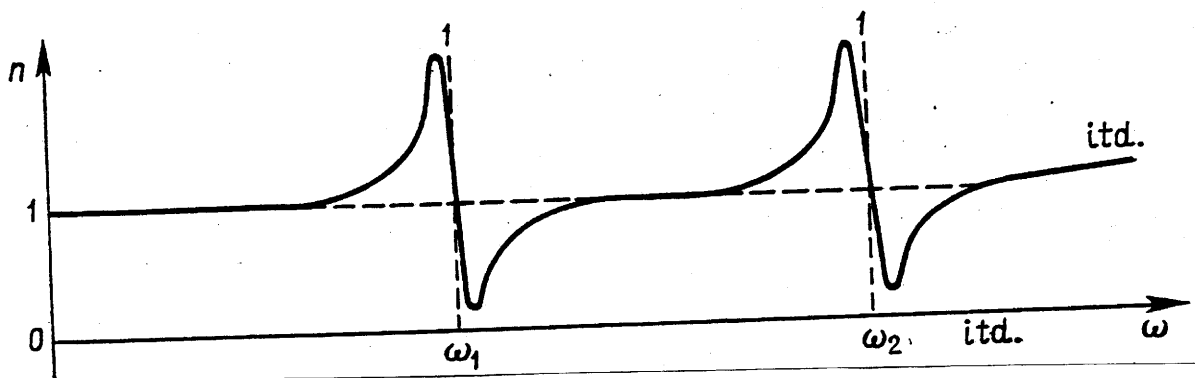
$$I = I_0 \exp(-2\omega \frac{k}{c}x) = I_0 \exp(-\alpha x) \quad (25)$$

gdzie  $\alpha = 2\omega \frac{k}{c}$  jest wspomnianym wcześniej współczynnikiem pochłaniania zwanym także współczynnikiem absorpcji. Wzór (25) opisujący pochłanianie fali w ośrodku nazywa się prawem Lamberta – Bougera.

ośrodka w którym oscylator (elektron) wykonuje drgania. W związku z tym mianownik w równaniu (16) powinien być postaci  $(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)$ , gdzie  $\gamma$  jest współczynnikiem tłumienia ośrodka. Ponadto dla danego rodzaju atomów istnieje szereg częstości rezonansowych  $\omega_0$ . Załóżmy, że w jednostce objętości mamy  $N_k$  atomów o częstościach  $\omega_k$  i tłumieniu  $\gamma_k$ , wówczas przyczynki od tych atomów dodają się i mamy:

$$n = 1 + \frac{e^2}{2\epsilon_0 m} \sum_k \frac{N_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + i\gamma_k \omega} \quad (21)$$

Współczynnik załamania opisany powyższym wzorem przedstawiono na rys.2



Rys.2 Współczynnik załamania jako funkcja częstości światła padającego.

Obszar o dodatnim nachyleniu  $dn/d\omega > 0$  zwany jest obszarem o dyspersji normalnej a obszar o  $dn/d\omega < 0$  – obszarem o dyspersji anomalnej.

### c) Pochłanianie światła (absorpcja)

Zwróćmy uwagę, że w równaniu (21) pojawił się człon  $i\gamma\omega$  który powoduje, że współczynnik załamania jest liczbą zespoloną:

$$n = n' + ik \quad (22)$$

Założmy, że na substancję pada płaska fala elektromagnetyczna monochromatyczna:

$E = E_0 \exp i(kx - \omega t)$  i niech  $\delta = 0$ ; wówczas podstawiając  $v = \omega/k = c/n$ , gdzie  $n$  wyraża się wzorem (22) otrzymujemy falę która rozchodzi się w ośrodku:

$$E_0 \exp i \omega \left( \frac{x}{v} - t \right) = E_0 \exp i \omega \left( \frac{xn}{c} - t \right) = E_0 \exp i \omega \left[ \frac{x(n' - ik)}{c} - t \right] = E_0 \exp i \omega \left( \frac{xn'}{c} - t \right) \exp \left[ -\omega \left( \frac{xk}{c} \right) \right] \quad (23)$$

Pierwszy człon  $E_0 \exp i \omega \left( \frac{xn'}{c} - t \right)$  przedstawia falę, której faza uległa zmianie w stosunku do fali padającej ze względu na część rzeczywistą  $n'$  współczynnika załamania. Drugi człon