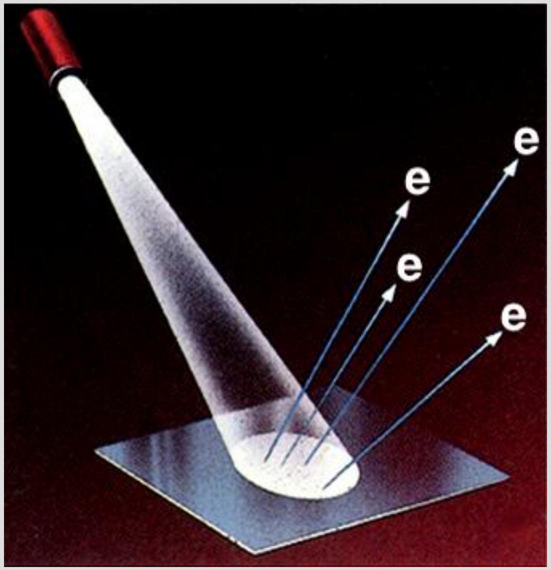
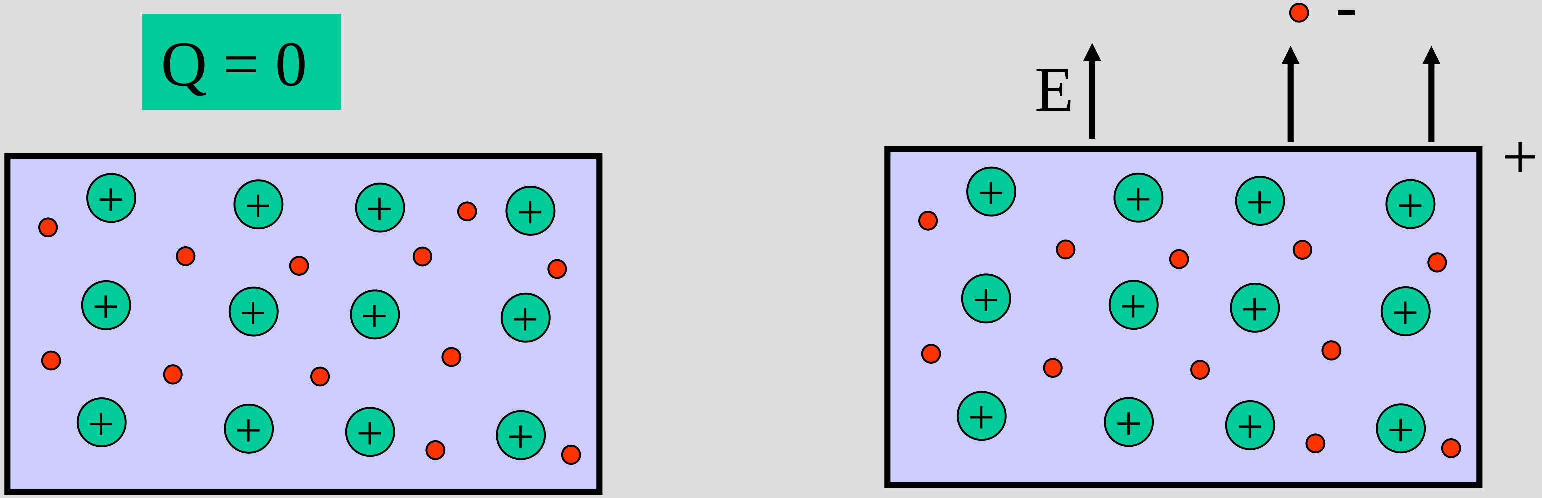
Wykład II

- Zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne
- Promieniowanie rentgenowskie
- Efekt Comptona

Efekt fotoelektryczny

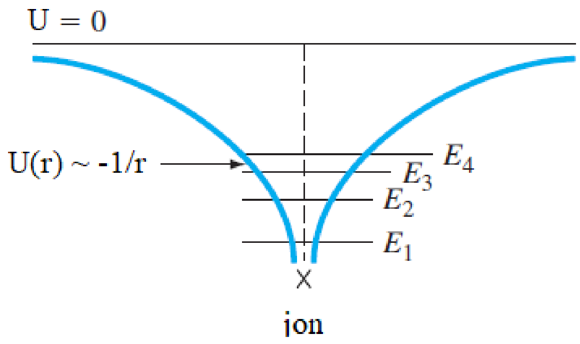


Efekt fotoelektryczny I

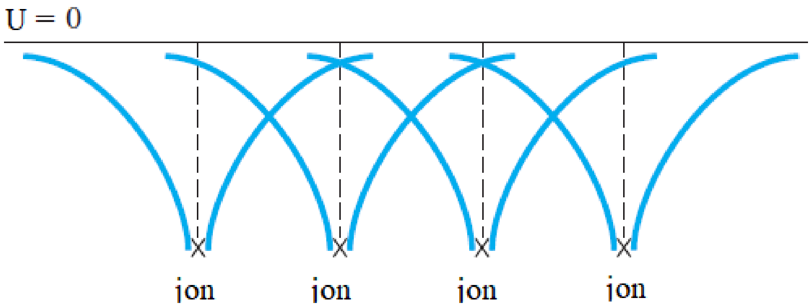


Aby elektron mógł opuścić metal należy dostarczyć mu pewną minimalną wartość energii którą nazywamy **pracą wyjścia**. Energia ta może być uzyskana np. poprzez absorpcję energii fali elektromagnetycznej. Dla większości metali wartość pracy wyjścia jest bliska 4 eV.

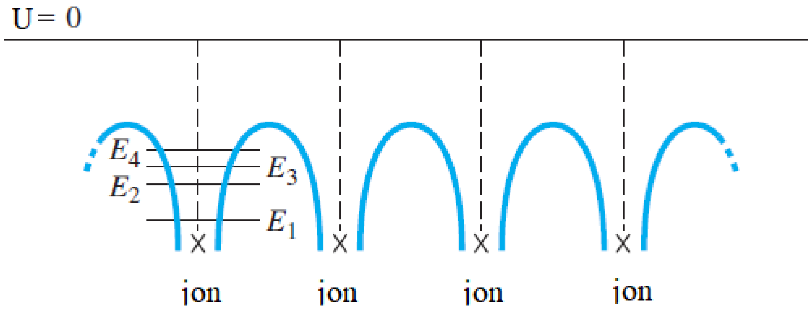
Energia potencjalna łańcucha monoatomowego



Energia potencjalna elektronu w izolowanym atomie

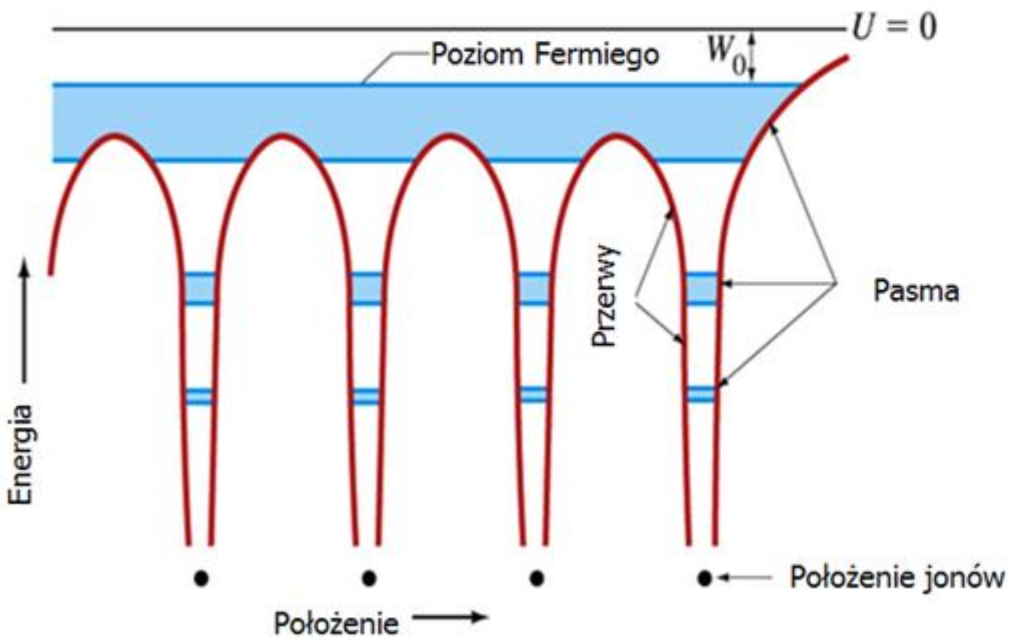


Przekrycie energii potencjalnej elektronu w krysztale jednowymiarowym



Wypadkowa energia potencjalna elektronu w krysztale jednowymiarowym

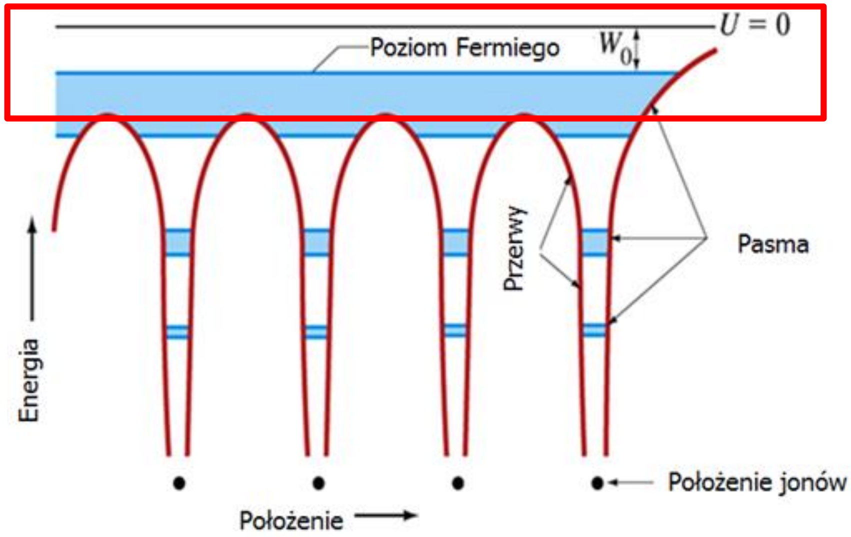
Model elektronów swobodnych w metalu

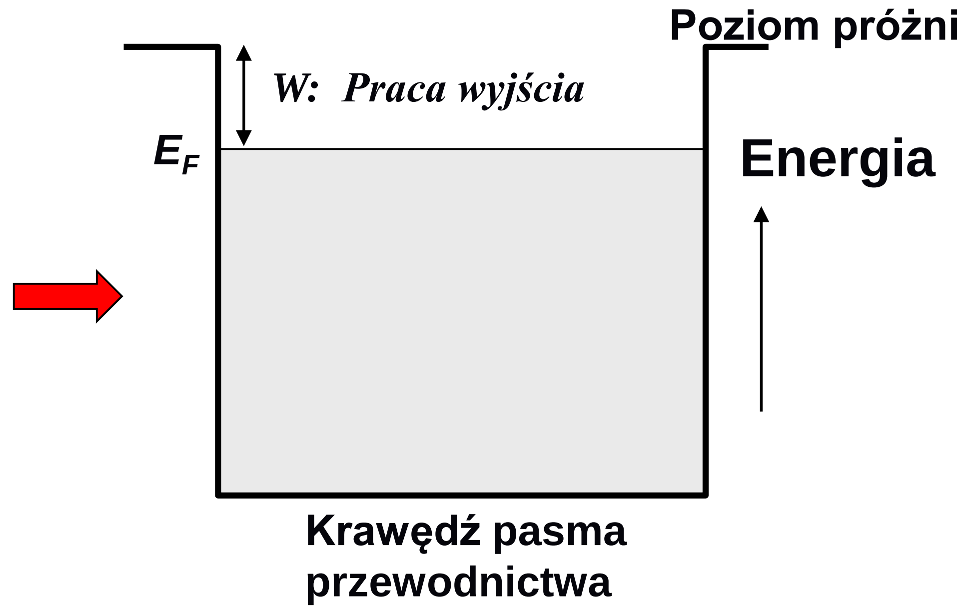


$$E_F = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{3}{\pi}n\right)^{2/3}$$

- **Dla T = 0, wszystkie stany o energii poniżej energii Fermiego E_F są zapełnione elektronami, a wszystkie o energiach powyżej E_F są puste.**
- **Dowolnie małe pole elektryczne może wprawić w ruch elektrony z poziomu E_F dostarczając im energii $\Delta U = eEx$ prowadząc do bardzo dużego przewodnictwa elektrycznego.**
- **W temperaturach T > 0, elektrony są termicznie wzbudzane do stanów o energiach powyżej energii Fermiego.**

Parametry Fermiego dla el. swob. w metalu





$$E_F = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{3}{\pi}n\right)^{2/3}$$

metal	Koncentracja elektronów $[10^{28}\ m^{-3}]$	Energia Fermiego E_F [eV]	Praca wyjścia W [eV]
Na	2.65	3.24	2.35
Cu	8.47	7.00	4.44
Ag	5.86	5.49	4.3
Au	5.90	5.53	4.3
Fe	17.0	11.1	4.31
Al	18.1	11.7	4.25
Sn	14.8	10.2	4.38

Efekt fotoelektryczny - foton

$$E_f = hf = \frac{h}{\lambda}c \qquad \lambda = \frac{h}{E_f}c$$

stała Plancka

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} J \cdot s$$

prędkość światła

$$c = 3 \cdot 10^{8} m/s$$

$$1eV = 1.6 \cdot 10^{-19} \mathrm{C} \cdot V = 1.6 \cdot 10^{-19} J$$

Jeśli energia fotonu jest wyrażona w eV to długość fali (w nm) jest równa:

$$\lambda(nm) = \frac{1240}{E_f(eV)}$$

$$\lambda(nm) = \frac{1240}{4eV} = 310nm \Longrightarrow$$

ultrafiolet

Efekt fotoelektryczny

Przewidywania modelu falowego:

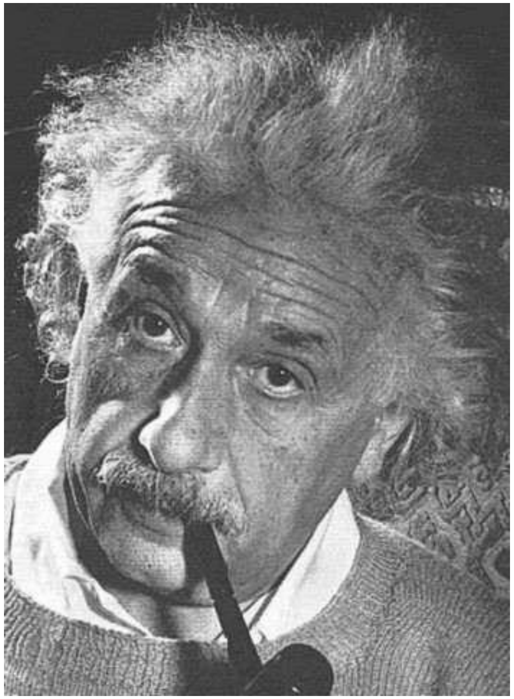
-Dla odpowiednio dużego natężenia oświetlenia fale elekromagnetyczna o dowolnej długości powinna wywołać fotoefekt. ***Własność nie obserwowana***

- **Fotoefekt występuje dla fali o częstotliwości powyżej pewnej granicznej, zależnej od rodzaju fotokatody (pracy wyjścia)**

-Maksymalna energia kinetyczna elektronów powinna zależeć jedynie od natężenia oświetlenia, a nie od częstotliwości padającej fali. ***Własność nie obserwowana***

- **Maksymalna energia kinetyczna elektronów jest proporcjonalna do częstotliwości fali.**

Efekt fotoelektryczny

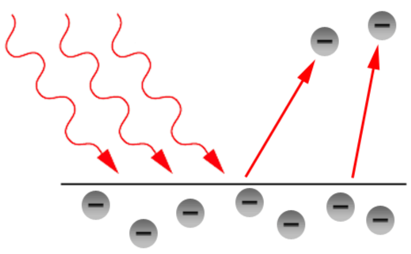


Nobel 1921

- **Fala elektromagnetyczna o częstotliwości f jest strumieniem fotonów, z których każdy posiada energię $E=hf$**
- **Równanie opisujące efekt fotoelektryczny**

$$\boxed{hf = W + K_{max}}$$

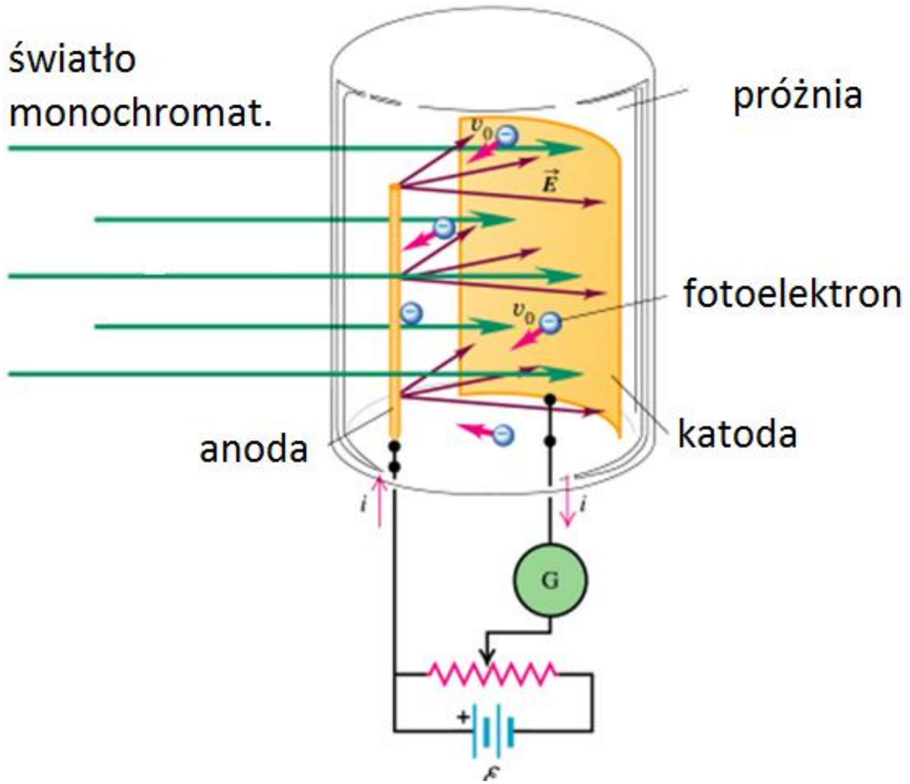
gdzie W – praca wyjścia elektronu, K_{max} – maksymalna energia kinetyczna elektronów



W wyniku absorpcji fotonu, elektron uzyskuje energię $E = hf$. Jeżeli energia ta jest większa od pracy wyjścia W, elektron może opuścić powierzchnię fotokatody.

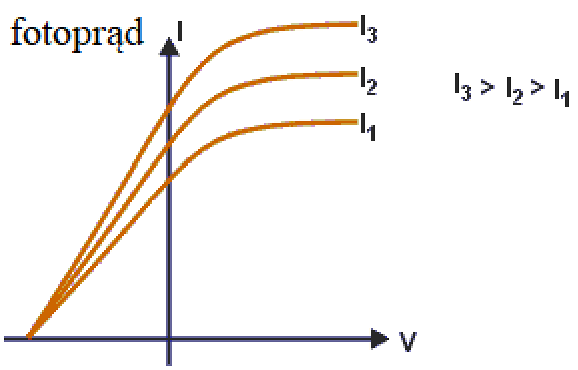
Efekt fotoelektryczny

$$hf = W + K_{max}$$

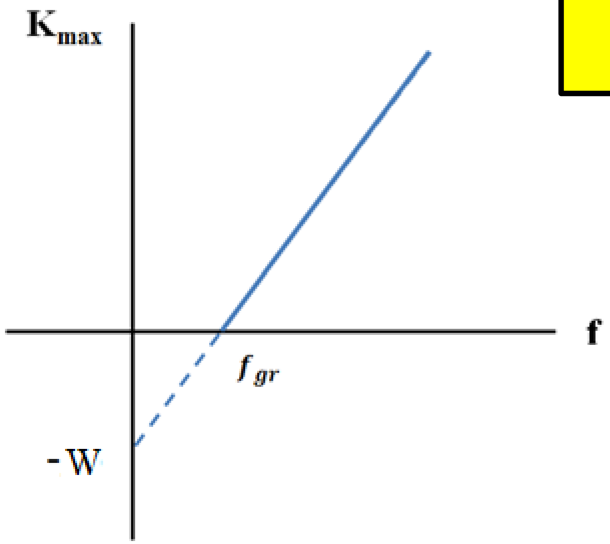


• W wyniku absorpcji fotonu, elektron uzyskuje energię $E=hf$. Jeżeli energia ta jest większa od pracy wyjścia W, elektron może opuścić powierzchnię katody. Jeśli dotrze do anody w układzie płynie prąd.

• Wraz ze wzrostem natężenia oświetlenia powierzchni katody (tzn. wzrostem ilości fotonów padających w jednostce czasu na jednostkę powierzchni katody) rośnie ilość elektronów emitowanych z powierzchni, a tym samym natężenie prądu nasycenia.



Efekt fotoelektryczny



$$hf = K_{max} + W$$

$$K_{max} = hf - W$$

- **Maksymalna energia kinetyczna elektronów jest proporcjonalna do częstotliwości fali.**

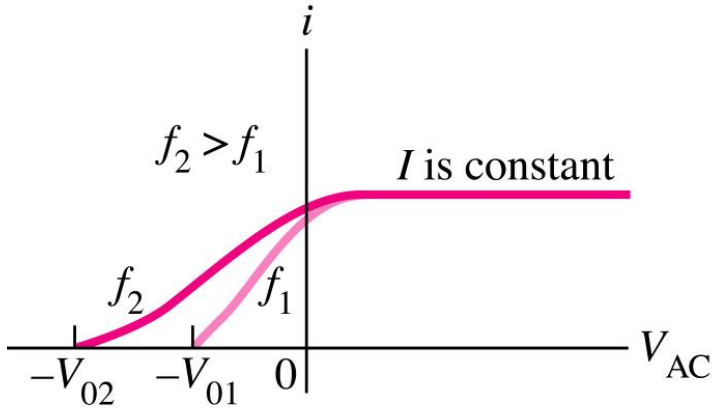
- **Fotoefekt występuje dla fali o częstotliwości powyżej pewnej granicznej, zależnej od rodzaju fotokatody (pracy wyjścia)**

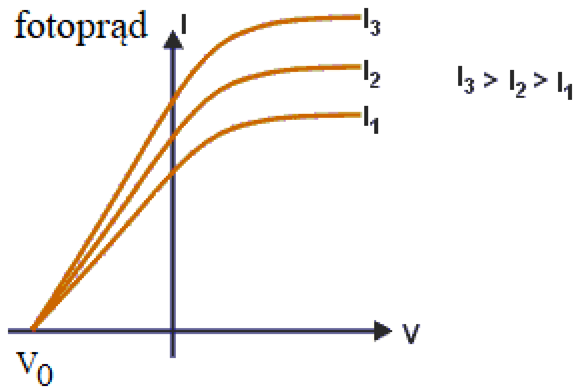
$$hf_{gr} > W$$

- **Zauważmy, że z ekstrapolacji wykresu $K_{max}(f)$ do przecięcia z osią K_{max} można wyznaczyć pracę wyjścia W.**

Efekt fotoelektryczny

$$K_{max} = hf - W$$





- **Różnicę energii pomiędzy energią fotonu a pracą wyjścia elektron unosi w postaci energii kinetycznej. Maksymalna energia kinetyczna zależy liniowo od częstotliwości fali. Aby zahamować elektron potrzebne jest napięcie, tym większe im większa jest częstotliwość fali.**

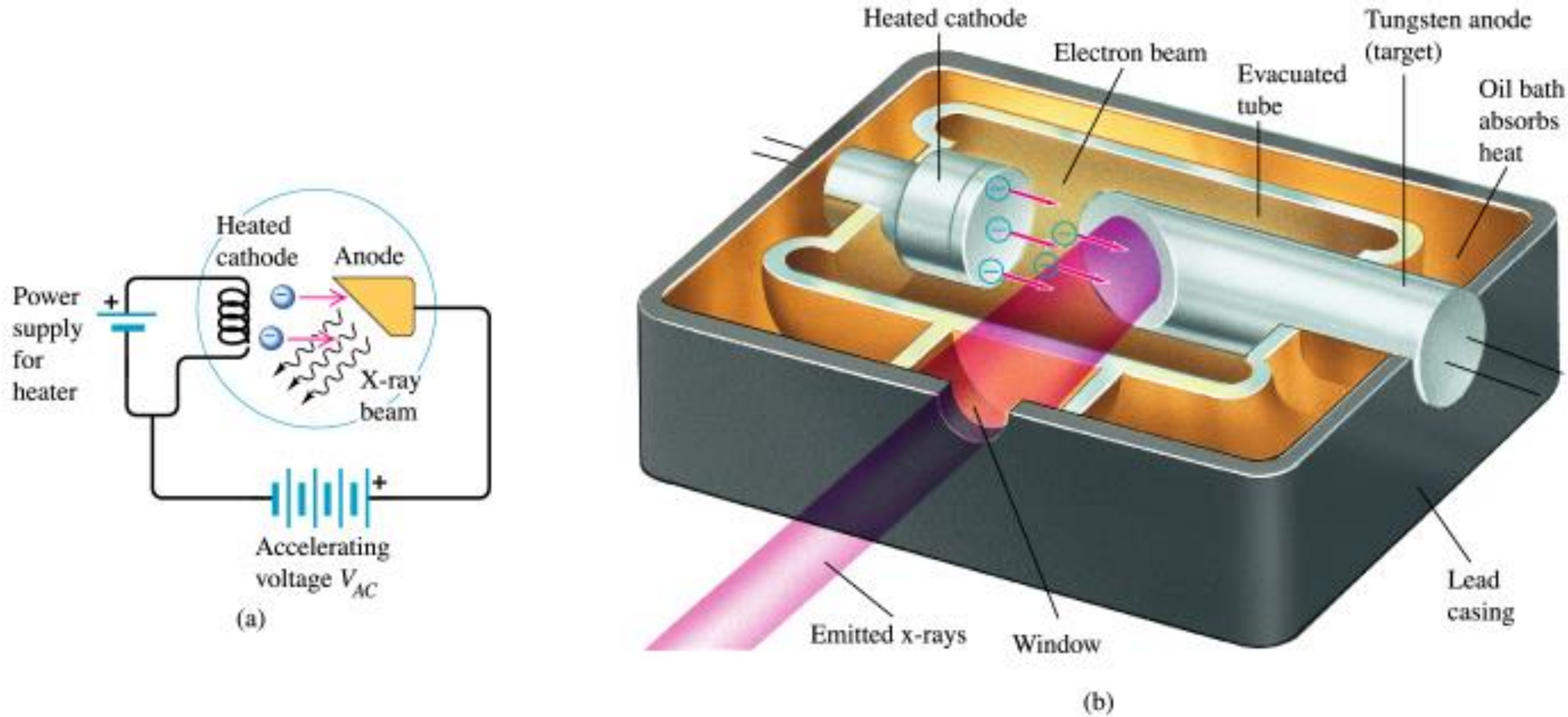
$$eV_0 = K_{max} = hf - W$$

- **Napięcie hamowania nie zależy od natężenia oświetlenia**

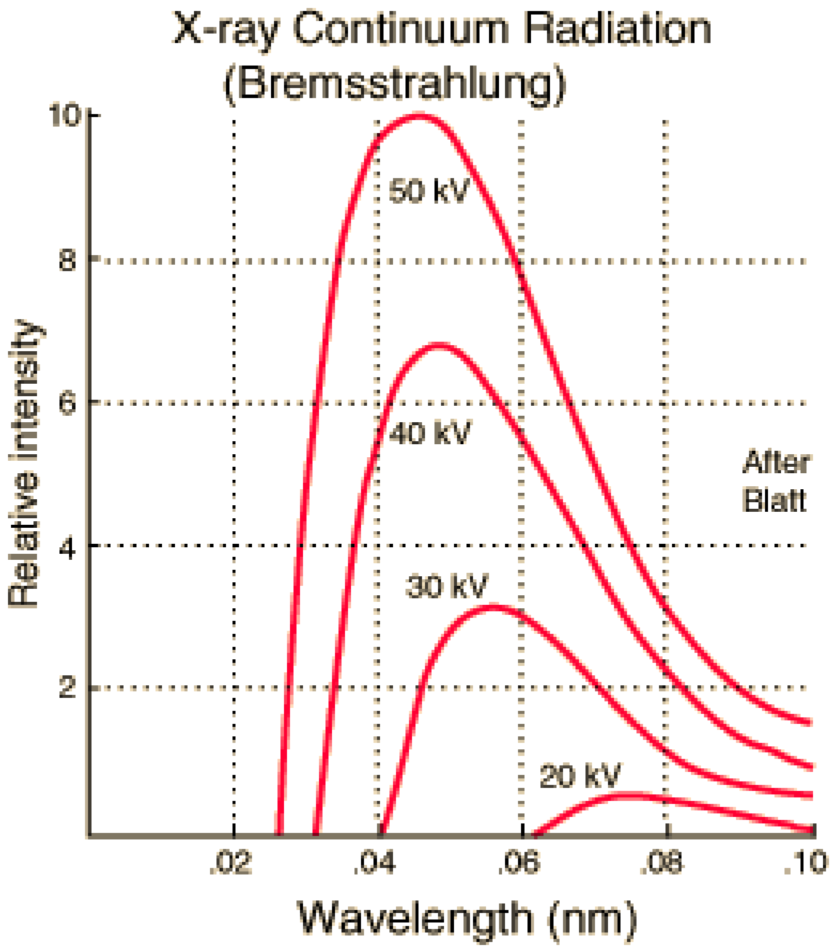
Wilhelm Roentgen 1895

Lampa rentgenowska

Roentgen 1895; prom. X : 10^{-12}m – 10^{-9}m



Promieniowanie ciągłe rentgenowskie



Ciągłe widmo promieniowania X.

Energia fotonu powstającego w wyniku zderzenia elektronu z anodą:

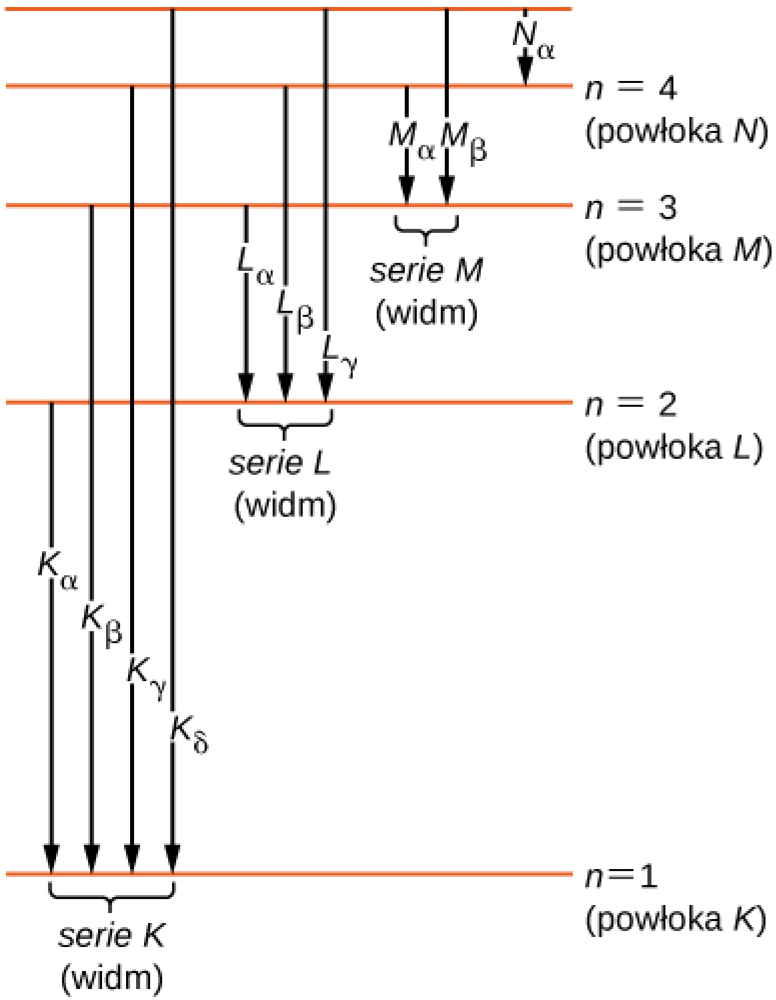
$$h\nu = E_k - E_{k'}$$

gdzie E_k i $E_{k'}$ to energie elektronu przed i po zderzeniu. W wyniku zderzeń elektron traci różne ilości energii stąd energia fotonu może być różna, ale nie większa niż to wynika z bilansu:

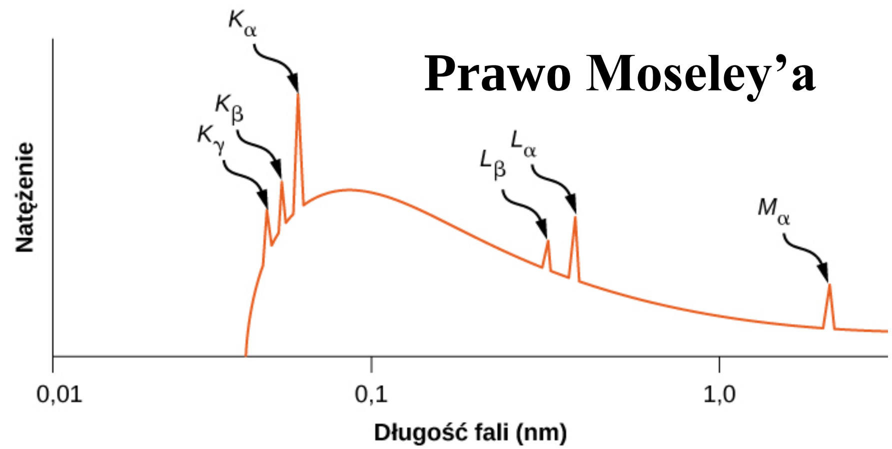
$$h\nu_{max} = E_k \qquad \textbf{dla} \;\; E_{k'} = 0$$

$$\frac{m_e \mathrm{v}^2}{2} = eV_{AC} = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

Promieniowanie charakterystyczne rentgenowskie



Prawo Moseley'a



W atomie wieloelektronowym elektron jest przyciągany przez jądro o ładunku +*Ze*, ale inne elektrony ekranują ten ładunek. Uwzględnia się go poprzez wprowadzenie stałej ekranowania a.

$$\nu = (Z - a)^2 Rc\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{j^2}\right)$$

$$h\nu = (Z - a)^2 13,6\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{j^2}\right)$$

$R = 1,097 \cdot 10^7 m^{-1}$ **stała Rydberga, c – prędkość światła;** $Rhc = 13,6 eV$.

Prawo Moseley'a

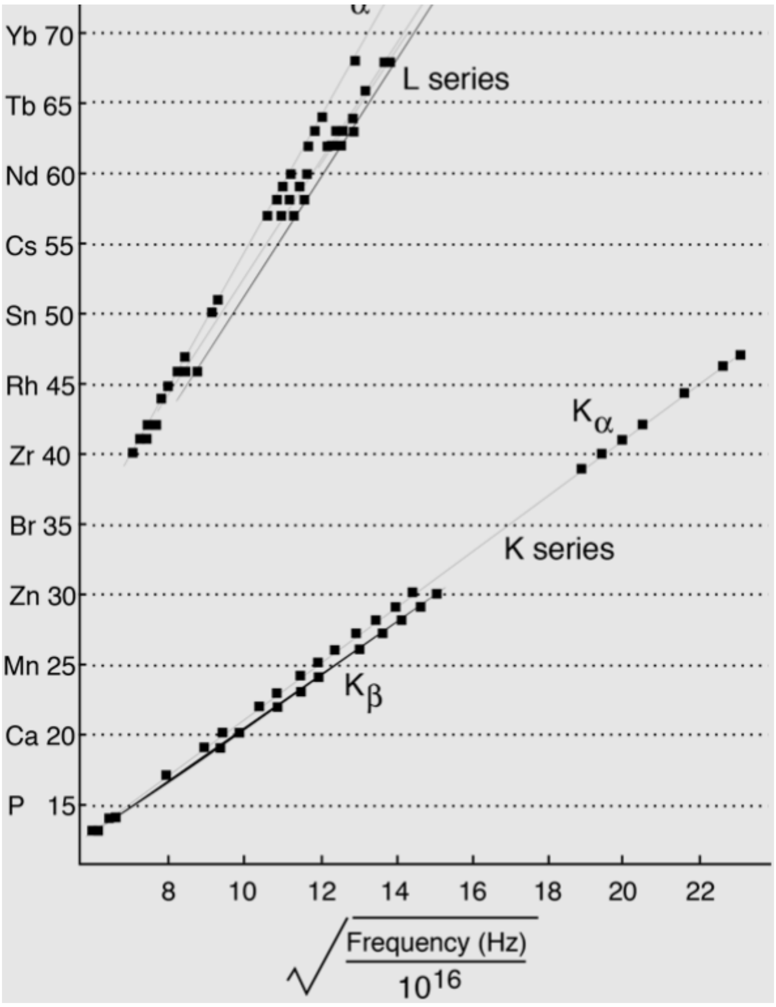
$$\nu = (Z - a)^2 Rc\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{j^2}\right)$$

W przybliżeniu,

$$Z \sim \sqrt{\nu}$$

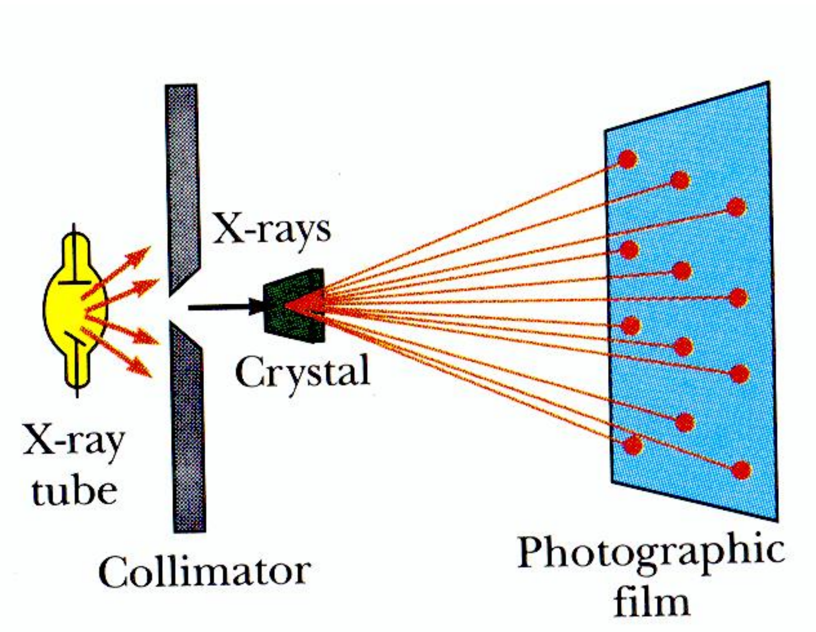
$$h\nu = (Z - a)^2 13,6\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{j^2}\right)$$

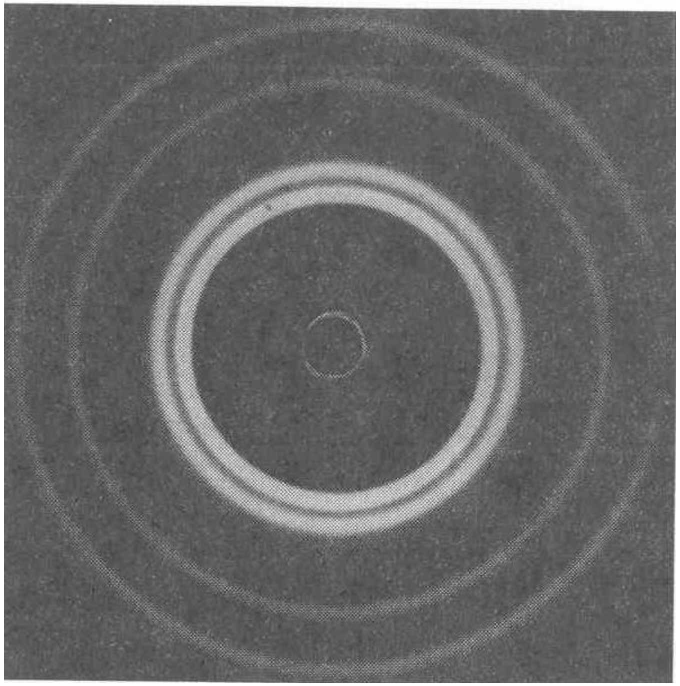
$$Rhc = 13,6eV$$



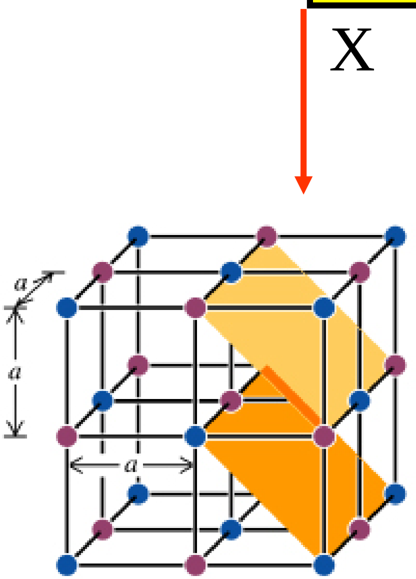
Dyfrakcja promieniowania X

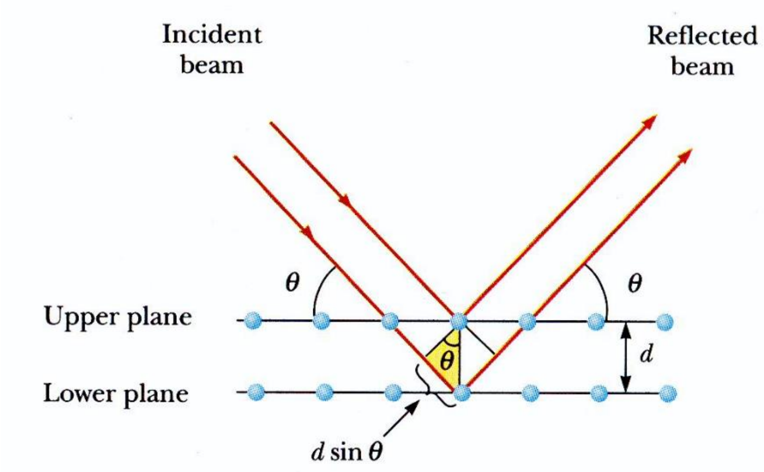
Długość fali promieniowania X jest rzędu odległości międzyatomowych w sieci krystalicznej ciała stałego. Stąd możliwa jest dyfrakcja prom. X na atomach sieci krystalicznej.

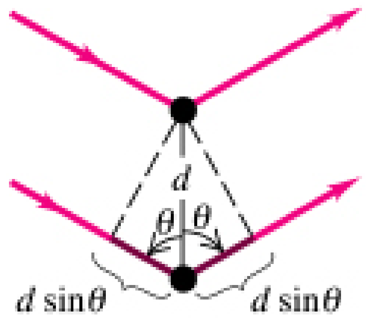




Dyfrakcja promieniowania X



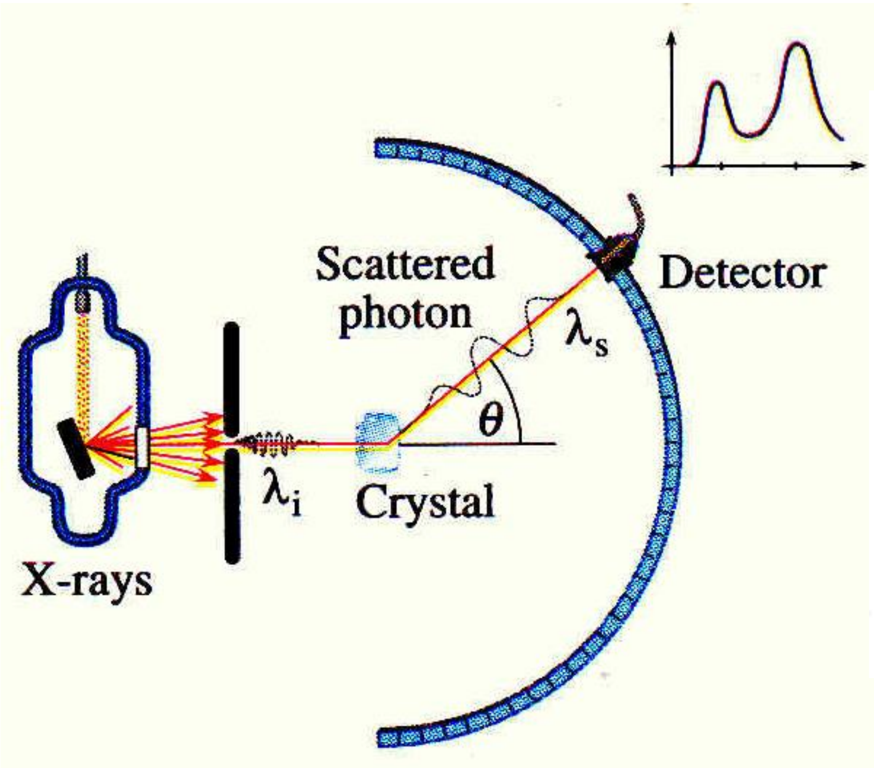


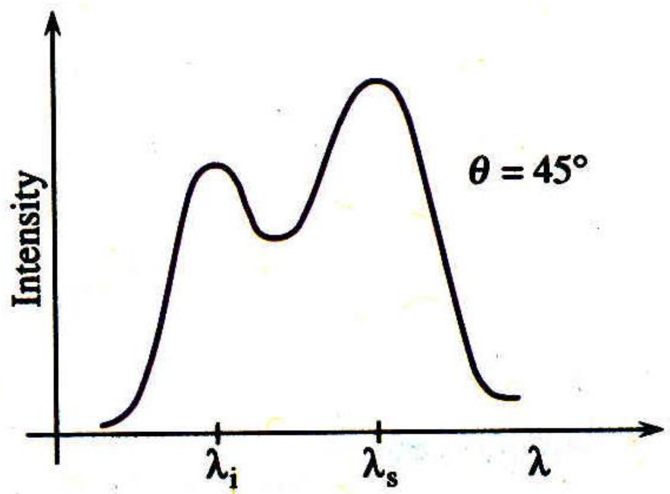


Warunek na maksima dyfrakcyjne:

$$2d\sin\theta = m\lambda$$

Efekt Comptona (1923)





Efektem Comptona nazywamy zmianę długości fali elektromagnetycznej w wyniku rozpraszania jej na swobodnych elektronach

Foton

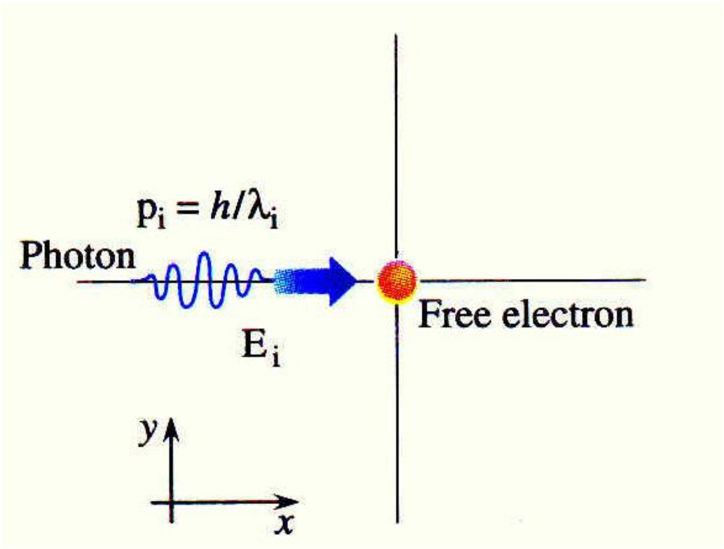
$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

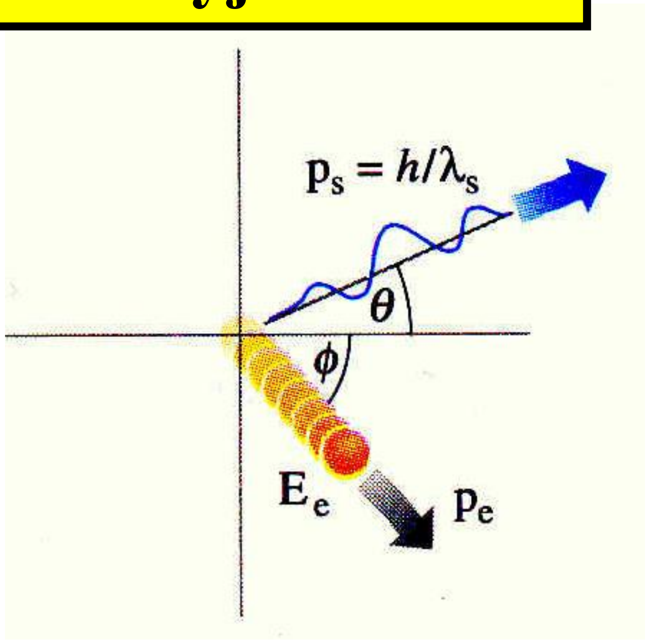
$$E = c\sqrt{m_o^2 c^2 + p^2}$$

$$h\nu = c\sqrt{m_o^2 c^2 + p^2}$$

Jeżeli $m_o = 0$, to $h\nu = cp \Rightarrow p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Efekt Comptona - wyjaśnienie



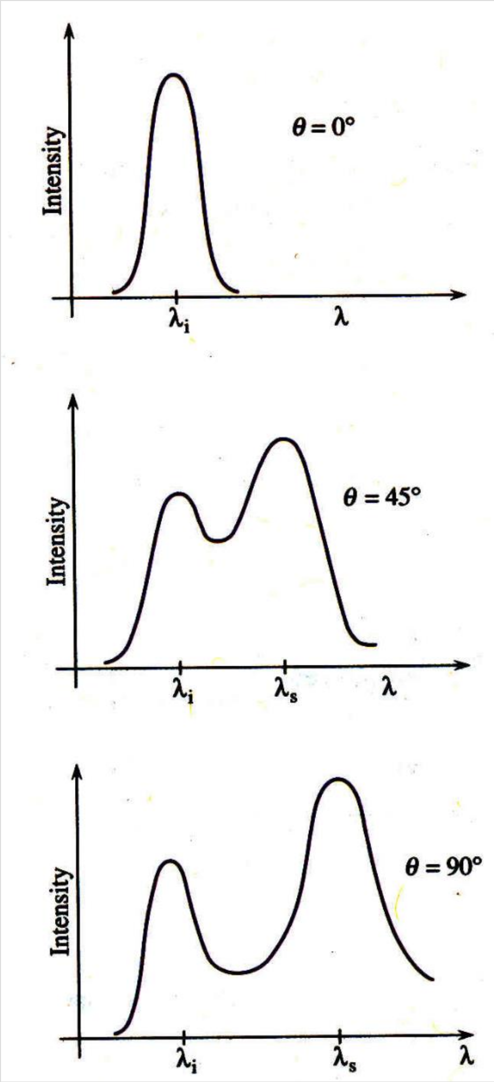


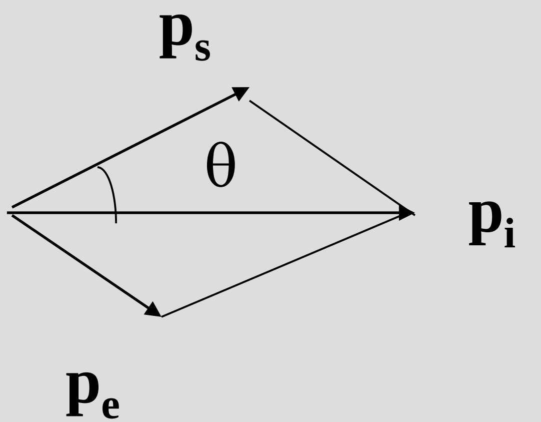
- Zderzenia fotonów o pędzie p_i i energii $E=hc/\lambda_i$ ze spoczywającymi elektronami.
- Elektron uzyskuje pęd p_e, a pęd fotonu maleje do wartości p_s.
- Długość rozpraszanej fali elektromagnetycznej zwiększa się do wartości $\lambda_s=h/p_s$.
- Kierunek propagacji fali ulega zmianie o kąt θ. Zmiana długości fali jest tym większa , im większy jest kąt rozproszenia. Zależność zmiany długości fali od kąta rozpraszania wyznaczyć można wykorzystując prawa zachowania pędu i energii.

$$\vec{p}_i = \vec{p}_s + \vec{p}_e \quad oraz \quad h\nu_i + m_e c^2 = h\nu_s + c\sqrt{m_e^2 c^2 + p_e^2}$$

Efekt Comptona – wyjaśnienie cd.

$$\vec{p}_i = \vec{p}_s + \vec{p}_e \quad oraz \quad \frac{hc}{\lambda_i} + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda_s} + c\sqrt{m_e^2 c^2 + p_e^2}$$





E

$$\mathbf{p}_e^2 = \mathbf{p}_s^2 + \mathbf{p}_i^2 - 2 p_s p_i \cos\Theta \qquad p_i c + m_e c^2 = p_s c + E$$

$$(p_i c - p_s c + m_e c^2)^2 = E^2 = (m_e c^2)^2 + (p_e c)^2$$

$$p_i^2 - 2 p_i p_s + p_s^2 + 2(p_i - p_s) m_e c + m_e^2 c^2 =$$

$$m_e^2 c^2 + p_i^2 - 2 p_i p_s \cos\Theta + p_s^2$$

$$p_i p_s (1 - \cos\Theta) = (p_i - p_s) m_e c \quad / \quad 1/(p_i p_s)$$

$$m_e c\left(\frac{1}{p_s} - \frac{1}{p_i}\right) = (1 - \cos\Theta)$$

$$\lambda_s - \lambda_i = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

Podsumowanie

Zjawiska potwierdzające kwantową naturę światła:

- Efekt fotoelektryczny

$$\boxed{hf = W + K_{max}}$$

- Promieniowanie X

$$\boxed{\frac{m_e v^2}{2} = eV_{AC} = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}}}$$

- Efekt Comptona

$$\boxed{\lambda_s - \lambda_i = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)}$$